

Exercice 1

3 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.

Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

Les justifications n'étaient pas demandées, elles sont données ici à titre indicatif

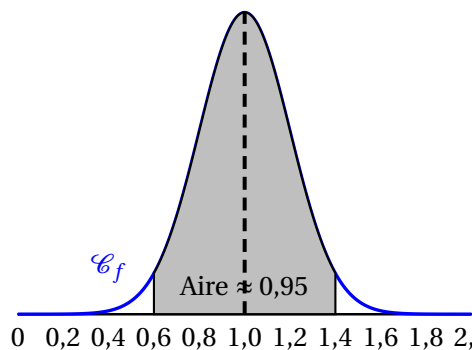
1. On considère la fonction g définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = \frac{2}{x}$.
La valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle $[1 ; e]$ est :

- a. 2 b. $\frac{1}{e-1}$ c. $\frac{2}{e-1}$ d. $\frac{-2}{e-1}$

Solution : la valeur moyenne de $g(x)$ sur $[1 ; e]$ est donnée par $\frac{1}{e-1} \int_1^e g(x) dx$

$$\frac{1}{e-1} \int_1^e \frac{2}{x} dx = \frac{1}{e-1} [2\ln(x)]_1^e = \frac{1}{e-1} [2\ln(e) - 2\ln(1)] = \frac{2}{e-1}$$

2. On considère une variable aléatoire X suivant une loi normale. La courbe de la figure ci-dessous représente la fonction de densité f associée à la variable X .



- a. L'espérance de X est 0,4.
b. L'espérance de X est 0,95.
c. L'écart-type de X est environ 0,4.
d. **L'écart-type de X est environ 0,2.**

Solution : On sait que si $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu ; \sigma^2)$ alors $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0,95$

Le graphique donne $\mu = 1$ et la partie grisée est symétrique par rapport à l'axe d'équation $x = \mu$
on a donc $\mu - 2\sigma = 0,6 \iff \sigma = 0,2$

3. À l'occasion de son inauguration, un hypermarché offre à ses clients un ticket à gratter par tranche de 10 euros d'achats. L'hypermarché affirme que 15% des tickets à gratter sont gagnants, c'est-à-dire donneront droit à un bon d'achat de 5 euros.

Amandine a reçu 50 tickets à gratter après un achat de 500 euros dans cet hypermarché. Deux d'entre eux étaient gagnants.

On suppose que le nombre de tickets à gratter est suffisamment important pour considérer qu'un échantillon de 50 tickets correspond à un tirage aléatoire avec remise.

- a. L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence observée de tickets gagnants dans un échantillon de 50 tickets à gratter est $[0,051 ; 0,249]$, les bornes étant arrondies au millième.
- b. L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence observée de tickets gagnants dans un échantillon de 50 tickets à gratter est $[0,100 ; 0,200]$, les bornes étant arrondies au millième.
- c. La fréquence de tickets gagnants reçus par Amandine est $\frac{50}{500}$.
- d. Amandine peut annoncer avec un risque de 5 % que l'affirmation de l'hypermarché n'est pas mensongère.

Solution : La fréquence théorique de tickets gagnants est $p = 0,15$ et l'échantillon est de taille $n = 50$. On a $n \geq 30$, $np = 7,5 \geq 5$ et $n(1-p) = 42,5 \geq 5$ on peut donc bâtir l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95%

$$I = \left[p - 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} ; p + 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \right]$$

Or $p - 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \approx 0,051$ et $p + 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \approx 0,249$.
Finalement $I = [0,051 ; 0,249]$.

Exercice 2

6 points

Commun à tous les candidats

Les deux parties sont indépendantes

Partie A : L'accord de Kyoto (1997)

Le principal gaz à effet de serre (GES) est le dioxyde de carbone, noté CO_2 .

En 2011, la France a émis 486 mégatonnes de GES en équivalent CO_2 contre 559 mégatonnes en 1990.

1. Dans l'accord de Kyoto, la France s'est engagée à réduire ses GES de 8 % entre 1990 et 2012. Peut-on dire qu'en 2011 la France respectait déjà cet engagement ? Justifier la réponse.

Solution : Le taux d'évolution entre les années 1990 et 2011 est de $\frac{486 - 559}{559} \times 100 \approx -13\%$
En 2011 la France respectait donc ses engagements.

2. Sachant que les émissions de 2011 ont marqué une baisse de 5,6 % par rapport à 2010, calculer le nombre de mégatonnes en équivalent CO_2 émises par la France en 2010. Arrondir le résultat à 0,1.

Solution : Le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 5,6% est $c = 1 - 0,056 = 0,944$.
En 2010, la France avait donc émis $\frac{486}{0,944} \approx 514,8$ mégatonnes d'équivalent CO_2 .

Partie B : Étude des émissions de gaz à effet de serre d'une zone industrielle

Un plan de réduction des émissions de gaz à effet de serre (GES) a été mis en place dans une zone industrielle. On estime que, pour les entreprises déjà installées sur le site, les mesures de ce plan conduisent à une réduction des émissions de 2 % d'une année sur l'autre et que, chaque année, les implantations de nouvelles entreprises sur le site génèrent 200 tonnes de GES en équivalent CO_2 .

En 2005, cette zone industrielle a émis 41 milliers de tonnes de CO_2 au total.

Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis dans cette zone industrielle au cours de l'année $2005 + n$.

1. Déterminer u_0 et u_1 .

Solution : u_0 est le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis en 2005 donc $u_0 = 41$

En 2006, une économie de 2% a été faite par rapport à l'année précédente donc une multiplication par $1 - 0,02 = 0,98$

mais l'implantation des nouvelles entreprises génère 0,2 milliers de tonnes d'émission

on a donc $u_1 = 0,98u_0 + 0,2 = 40,38$

2. Montrer que, pour tout entier naturel n , on a : $u_{n+1} = 0,98 \times u_n + 0,2$.

Solution : Les émissions de l'année 2005+ n diminuent de 2% en 1 an donc elles sont multipliées par 0,98 puis on ajoute les 200 tonnes supplémentaires soit 0,2 millier de tonnes

On a donc bien : $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 0,98u_n + 0,2$

3. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n , par $v_n = u_n - 10$.

- a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,98. Préciser son premier terme.

Solution : $\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = u_{n+1} - 10 = 0,98u_n + 0,2 - 10 = 0,98u_n - 9,8 = 0,98(u_n - 10) = 0,98v_n$
 (v_n) est donc géométrique de raison $q = 0,98$ et de premier terme $v_0 = u_0 - 10 = 31$

- b. Exprimer v_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .

Solution : $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = v_0 \times q^n = 31 \times 0,98^n$

- c. En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = 31 \times (0,98)^n + 10$.

Solution : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = v_n + 10 = 31 \times (0,98)^n + 10$

4. a. Calculer la limite de la suite (u_n) .

Solution : $-1 < 0,98 < 1$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} (0,98)^n = 0$ et par opération sur les limites on a $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 10$

- b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Solution : Cette limite signifie qu'à long terme les émissions de GES vont se stabiliser aux environs de 10 milliers de tonnes

5. À l'aide de l'algorithme ci-dessous, on se propose de déterminer l'année à partir de laquelle la zone industrielle aura réduit au moins de moitié ses émissions de CO_2 , par rapport à l'année 2005.

- a. Recopier et compléter les lignes 7 et 9 de l'algorithme

Solution :

1	Variables
2	U est du type nombre
3	n est du type nombre entier
4	Début Algorithme
5	U prend la valeur 41
6	n prend la valeur 0
7	Tant que ($U > 20,5$) faire
8	Début Tant que
9	U prend la valeur $0,98U + 0,2$
10	n prend la valeur $n + 1$
11	Fin Tant que
12	Afficher n
13	Fin Algorithme

- b. L'algorithme affiche 54. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Solution : Il faudra donc attendre 54 ans, donc l'année 2059, pour que les émissions de GES aient diminué de moitié dans la zone industrielle par rapport à 2015

Exercice 3

5 points

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Les parties A et B sont indépendantes

Notations :

Pour tout évènement A, on note \bar{A} l'évènement contraire de A et $p(A)$ la probabilité de l'évènement A.

Si A et B sont deux évènements, on note $p_B(A)$ la probabilité de A sachant que l'évènement B est réalisé.

Dans cet exercice, on arrondira les résultats au millième

Une agence Pôle Emploi étudie l'ensemble des demandeurs d'emploi selon deux critères, le sexe et l'expérience professionnelle.

Cette étude montre que :

- 52 % des demandeurs d'emploi sont des femmes et 48 % sont des hommes ;
- 18 % des demandeurs d'emploi sont sans expérience et les autres sont avec expérience ;
- parmi les hommes qui sont demandeurs d'emploi, on sait que 17,5 % sont sans expérience.

Partie A

On prélève au hasard la fiche d'un demandeur d'emploi de cette agence. On note :

- S : l'évènement « le demandeur d'emploi est sans expérience » ;
- F : l'évènement « le demandeur d'emploi est une femme ».

1. Préciser $p(S)$ et $p_{\bar{F}}(S)$.

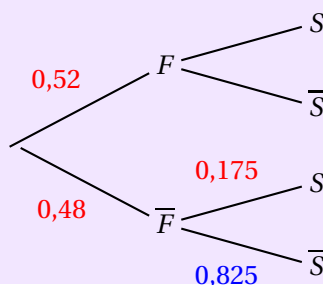
Solution :

$p(S) = 0,18$ car 18 % des demandeurs d'emploi sont sans expérience.

$p_{\bar{F}}(S) = 0,175$ car parmi les hommes demandeurs d'emploi, on sait que 17,5 % sont sans expérience.

2. Recopier l'arbre ci-dessous et compléter les pointillés par les probabilités associées.

Solution :



3. Démontrer que $p(\bar{F} \cap S) = 0,084$. Interpréter le résultat.

Solution :

$$p(\bar{F} \cap S) = p(\bar{F}) \times p_{\bar{F}}(S) = 0,48 \times 0,175 = 0,084$$

Il s'agit de la probabilité que la fiche prélevée au hasard concerne un homme sans expérience

4. La fiche prélevée est celle d'un demandeur d'emploi sans expérience. Calculer la probabilité pour que ce soit un homme.

Solution : On cherche $p_S(\bar{F})$

$$p_S(\bar{F}) = \frac{p(\bar{F} \cap S)}{p(S)} = \frac{0,084}{0,18} = \frac{7}{15} \approx 0,467$$

5. Sachant que la fiche prélevée est celle d'une femme, calculer la probabilité que ce soit la fiche d'un demandeur d'emploi sans expérience.

Solution : On cherche $p_F(S)$

F et \bar{F} forment une partition de l'univers donc $P(S) = p(F \cap S) + p(\bar{F} \cap S)$ d'après les probabilités totales d'où $p(F \cap S) = 0,18 - 0,084 = 0,096$ soit $p_F(S) \times p(F) = 0,096$

Enfin $p_F(S) = \frac{0,096}{0,52} \approx 0,185$

Partie B

La responsable de l'agence décide de faire le point avec cinq demandeurs d'emploi qui sont suivis dans son agence. Pour cela, elle prélève cinq fiches au hasard. On admet que le nombre de demandeurs d'emplois dans son agence est suffisamment grand pour assimiler cette situation à un tirage avec remise.

En justifiant la démarche, calculer la probabilité que, parmi les cinq fiches tirées au hasard, il y ait au moins une fiche de demandeur d'emploi sans expérience.

Solution : On répète $n = 5$ fois de manière indépendante une expérience n'ayant que deux issues dont la probabilité de succès est $p = p(S) = 0,18$

Soit X la variable aléatoire comptant le nombre de succès parmi ces 5 expériences alors X suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0,18$

On cherche $p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - 0,842^5 \approx 0,629$

Exercice 3

5 points

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Deux opérateurs Alpha et Bravo se partagent le marché de la téléphonie mobile dans un pays.

En 2015, l'opérateur Alpha possède 30 % du marché de téléphonie mobile. Le reste appartient à l'opérateur Bravo. On étudie l'évolution dans le temps du choix des abonnés de 2015 pour l'un ou l'autre des opérateurs. Chaque abonné conserve un abonnement téléphonique, soit chez l'opérateur Alpha soit chez l'opérateur Bravo.

On estime que, chaque année :

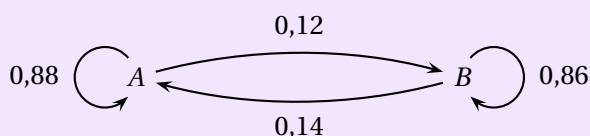
- 12 % des abonnés de l'opérateur Alpha le quittent et souscrivent un abonnement chez l'opérateur Bravo.
- 86 % des abonnés de l'opérateur Bravo lui restent fidèles, les autres le quittent pour l'opérateur Alpha.

On modélise cette situation par un graphe probabiliste à deux sommets Alpha et Bravo :

- A est l'évènement : « l'abonné est chez l'opérateur Alpha » ;
- B est l'évènement : « l'abonné est chez l'opérateur Bravo ».

1. Dessiner ce graphe probabiliste.

Solution :



On admet que la matrice de transition de ce graphe probabiliste, en considérant les sommets dans l'ordre alphabétique, est : $M = \begin{pmatrix} 0,88 & 0,12 \\ 0,14 & 0,86 \end{pmatrix}$.

On note pour tout entier naturel n :

- a_n la probabilité qu'un abonné soit chez l'opérateur Alpha l'année 2015 + n ;
- b_n la probabilité qu'un abonné soit chez l'opérateur Bravo l'année 2015 + n .

On note $P_n = (a_n \quad b_n)$ la matrice ligne de l'état probabiliste pour l'année 2015 + n .

2. Donner a_0 et b_0 .

Solution : $a_0 = 0.3$ et $b_0 = 0,7$ car en 2015, l'opérateur Alpha possède 30 % du marché et le reste appartient à l'opérateur Bravo

3. Montrer qu'en 2018, il y aura environ 44,2 % des abonnés chez l'opérateur Alpha.

Solution : On cherche a_3 car 2018=2015+3

$$P_3 = P_0 \times M^3 \text{ soit } P_3 \approx (0,4418 \quad 0,5582)$$

On a donc bien $a_3 \approx 0,442$

4. Les deux opérateurs voudraient connaître la répartition de l'ensemble des abonnés sur le long terme. On note $P = (x \quad y)$ l'état stable de la répartition des abonnés.

a. Montrer que les nombres x et y sont solutions du système $\begin{cases} 0,12x - 0,14y = 0 \\ x + y = 1. \end{cases}$

Solution : L'état $P = (x \quad y)$ est l'état stable si et seulement si $PM = P$ et $x + y = 1$

$$PM = P \iff \begin{cases} 0,88x + 0,14y = x \\ 0,12x + 0,86y = y \end{cases} \iff \begin{cases} -0,12x + 0,14y = 0 \\ 0,12x - 0,14y = 0 \end{cases} \iff 0,12x - 0,14y = 0$$

Finalement $P = (x \quad y)$ est l'état stable si et seulement si $\begin{cases} 0,12x - 0,14y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$

b. Résoudre le système précédent dans l'ensemble des réels.

Solution :

$$\begin{cases} 0,12x - 0,14y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} 0,12x - 0,14(1 - x) = 0 \\ y = 1 - x \end{cases} \iff \begin{cases} x = \frac{7}{13} \\ y = \frac{6}{13} \end{cases}$$

c. Déterminer la répartition des abonnés entre les deux opérateurs au bout d'un grand nombre d'années. Arrondir les pourcentages à 0,1 %.

Solution : Au bout d'un grand nombre d'années la répartition des abonnés sera $\frac{7}{13} \approx 0,538$ soit 53,8% pour l'opérateur Alpha et 46,2% pour Bravo.

Partie B

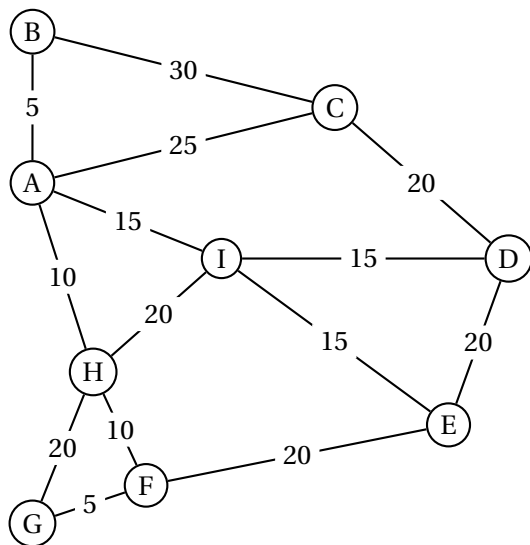
Un opérateur français doit développer son réseau de fibre optique dans la région des stations de ski notées A, B, C, D, E, F, G, H, I à l'approche de la saison touristique. À ce jour, seule la station C est reliée au réseau national de fibre optique.

Le coût des tronçons du réseau de fibre optique varie selon le relief des montagnes et des vallées.

L'opérateur a mené une étude afin de déterminer son plan de déploiement.

Dans le graphe ci-dessous :

- les sommets représentent les stations de ski;
- les arêtes représentent les différents tronçons qu'il est possible de déployer;
- le poids de chaque arête correspond au coût associé, en milliers d'euros.



1. À l'aide de l'algorithme de Dijkstra, déterminer le tracé de fibre optique le moins cher à déployer, entre les stations C et G.

Solution :

Départ-Sommet	C	A	B	D	E	F	H	I	G
C	0	25,C	30,C	20,C	+∞	+∞	+∞	+∞	+∞
D(C)		25,C	30,C	20,C	40,D	+∞	+∞	35,D	+∞
A(C)		25,C	30,C 30,A		40,D	+∞	+∞ 35,A	35,D 40,A	+∞
B(A-C)			30,A-C		40,D	+∞	35,A	35,D	+∞
H(A)					40,D	+∞ 45,H	35,A	35,D 55,H	+∞ 55,H
I(D)					40,D 50,I	45,H		35,D	55,H
E(D)					40,D	45,H 60,E			55,H
F(H)						45,H			55,H 50,F

Le tracé le moins cher entre les stations C et G est donc $C \rightarrow A \rightarrow H \rightarrow F \rightarrow G$

2. Déterminer, en milliers d'euros, le coût de ce tracé.

Solution : Ce tracé coûte 50 000 €

Exercice 4

6 points

Commun à tous les candidats

Les deux parties sont liées

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 10]$ par

$$f(x) = \frac{1}{0,5 + 100e^{-x}}.$$

On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0; 10]$.

1. Montrer que, pour tout réel x dans l'intervalle $[0; 10]$, on a

$$f'(x) = \frac{100e^{-x}}{(0,5 + 100e^{-x})^2}.$$

Solution : f est l'inverse d'une fonction dérivable et non nulle sur $[0; 10]$ donc f est dérivable sur $[0; 10]$

$$f = \frac{1}{u} \implies f' = -\frac{u'}{u^2} \text{ avec } u(x) = 0,5 + 100e^{-x} \text{ et } u'(x) = -100e^{-x}$$

$$\text{Finalement } \forall x \in [0; 10], f'(x) = \frac{100e^{-x}}{(0,5 + 100e^{-x})^2}$$

On note f'' la fonction dérivée seconde de f sur l'intervalle $[0; 10]$.

Un logiciel de calcul formel fournit l'expression suivante de $f''(x)$:

$$f''(x) = \frac{100e^{-x}(100e^{-x} - 0,5)}{(0,5 + 100e^{-x})^3}.$$

2. a. Montrer que, dans l'intervalle $[0; 10]$, l'inéquation $100e^{-x} - 0,5 \geq 0$ est équivalente à l'inéquation $x \leq -\ln(0,005)$.

Solution :

$$\begin{aligned} 100e^{-x} - 0,5 \geq 0 &\iff 100e^{-x} \geq 0,5 \\ &\iff e^{-x} \geq 0,005 \\ &\iff e^x \leq \frac{1}{0,005} \\ &\iff x \leq \ln\left(\frac{1}{0,005}\right) \\ &\iff x \leq -\ln(0,005) \end{aligned}$$

- b. En déduire le tableau de signes de la fonction f'' sur l'intervalle $[0; 10]$.

Solution : $f''(x)$ est du signe de $100e^{-x} - 0,5$ sur $[0; 10]$ car $\frac{100e^{-x}}{(0,5 + 100e^{-x})^3} > 0$ sur $[0; 10]$

$$-\ln(0,005) = \ln(200) \approx 5,3$$

On en déduit le signe de $f''(x)$ sur $[0; 10]$:

x	0	$\ln(200)$	10
$f''(x)$	+	0	-

3. On appelle \mathcal{C}_f la courbe représentative de f tracée dans un repère.

Montrer, à l'aide de la question 2, que la courbe \mathcal{C}_f admet un point d'inflexion noté I, dont on précisera la valeur exacte de l'abscisse.

Solution : La dérivée seconde de f s'annule et change de signe en $x = \ln(200)$ donc \mathcal{C}_f admet un point d'inflexion en I d'abscisse $x_I = \ln(200)$

4. En utilisant les résultats de la question 2, déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f est concave.

Solution : Une fonction f est dite concave sur un intervalle si sa dérivée est décroissante sur cet intervalle autrement dit si sa dérivée seconde est négative.

On en déduit que f est concave sur $[\ln(200) ; 10]$

Partie B

Dans toute cette partie les températures seront exprimées en degrés Celsius, notés °C

La COP21, conférence sur les changements climatiques des Nations Unies, a adopté le 12 décembre 2015 le premier accord universel sur le climat, appelé accord de Paris, signé par 195 pays.

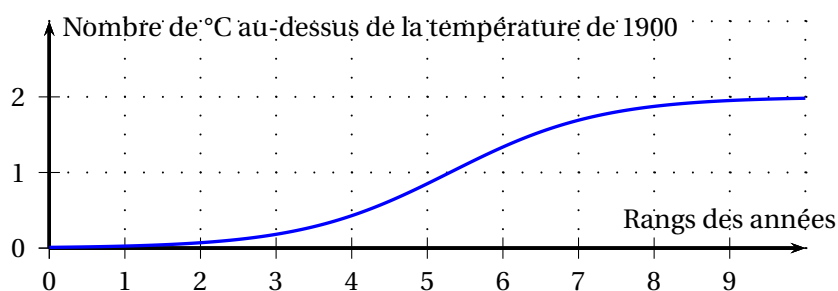
Cet accord confirme l'objectif, d'ici l'année 2100, que la température terrestre ne dépasse pas de plus de 2°C la température de l'année 1900.

Dans cette partie, on modélise, par la fonction f de la partie A, une évolution de température possible permettant d'atteindre l'objectif de l'accord de Paris.

La courbe représentative \mathcal{C}_f de la fonction est tracée ci-dessous, et I est son point d'inflexion.

Sur l'axe des abscisses, l'année 1900 correspond à 0 et une unité représente 25 ans, donc l'année 1925 correspond à 1.

Sur l'axe des ordonnées, on a représenté le nombre de degrés Celsius au-dessus de la température de 1900.



1. a. Calculer $f(10)$, en arrondissant le résultat au centième.

Solution : $f(10) = \frac{1}{0,5 + 100e^{-10}} \approx 1,98$.

b. En déduire qu'en 2150, avec ce modèle, l'objectif de l'accord de Paris sera respecté.

Solution : $2150 = 1900 + 250 = 1900 + 10 \times 25$ donc l'année 2150 correspond à l'abscisse 10.
On en déduit qu'en 2150 l'objectif sera respecté d'après ce modèle.

2. a. En utilisant la partie A, déterminer l'année correspondant à l'abscisse du point I d'inflexion de la courbe \mathcal{C}_f . Arrondir le résultat à l'unité.

Solution : On a $x_I = \ln(200) \approx 5,30$

$5,30 \times 25 = 132,5$

On peut donc estimer que le point d'inflexion se trouve environ en 2032.

b. Calculer, pour cette année-là, le nombre de degrés Celsius supplémentaires par rapport à 1900.

Solution : $f(x_T) = f(\ln(200)) = \frac{1}{0,5 + 100 \times 0,005} = 1$

Donc l'augmentation sera de 1° par rapport à 1900.

3. On appelle vitesse du réchauffement climatique la vitesse d'augmentation du nombre de degrés Celsius. On admet que, à partir de 1900, la vitesse du réchauffement climatique est modélisée par la fonction f' .

a. Est-il vrai de dire qu'après 2033 la température terrestre diminuera ? Justifier la réponse.

Solution : Après 2033 la température continue évidemment d'augmenter, il suffit de regarder la courbe !

b. Est-il vrai de dire qu'après 2033 la vitesse du réchauffement climatique diminuera ? Justifier la réponse.

Solution : On sait que sur $[x_T ; 10]$ la fonction est concave et donc sa dérivée est décroissante.

On peut donc conclure qu'à partir de 2033, la vitesse du réchauffement climatique diminuera.

4. Pour sauvegarder les îles menacées par la montée des eaux, la température terrestre ne doit pas dépasser de plus de $1,5^\circ\text{C}$ la température de l'année 1900.

Déterminer l'année au cours de laquelle la température terrestre atteindra ce seuil, selon ce modèle.

Solution : $f'(x)$ admet un minimum en $x = \ln(200)$ et $f'(\ln(200)) = 0,5$. On en déduit que $f'(x) > 0$ sur $[0 ; 10]$

f est donc continue et strictement croissante sur $[0 ; 10]$ à valeurs dans $[0 ; f(10)]$ or $1,5 \in [0 ; f(10)]$ donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires l'équation $f(x) = 1,5$ admet une solution unique α sur $[0 ; 10]$

Par balayage on obtient $6,39 < \alpha < 6,40$ or $6,4 \times 25 = 160$

Donc le seuil sera atteint à la fin de 2059, elle l'aura passé en 2060.